

Teil c: Statistische Analyse ausgewählter Stationen

Inhalt:

1. Einleitung

2. Datengrundlage

3. Methoden

3.1 Beschreibung des Jahresgangs

3.2 Klassische Zeitreihenanalyse

3.2.1 Strategie

3.2.2 Trendkomponente

3.2.3 Saisonale Komponente

3.2.4 Glatte (tieffrequente) Komponente

3.2.5 Rauschen

3.2.6 Seltene Ereignisse

3.2.7 Harmonische Anteile

4. Durchführung der Analysen und Ergebnisse

4.1 Temperatur

4.1.1. Beschreibung des Jahresgangs und Eliminierung von Ausreißern

4.1.2 Ergebnisse der Zeitreihenanalyse

4.1.3 Ergebnisse der Residuenanalyse

4.2 Niederschlag

4.2.1 Box-Cox-Transformation

4.2.2 Beschreibung des Jahresgangs

4.2.3 Ergebnisse der Zeitreihenanalyse

4.2.4 Ergebnisse der Residuenanalyse

5. Zusammenfassung der Ergebnisse

5.1 Temperatur

5.2 Niederschlag

1. Einleitung

In diesem Kapitel werden einige ausgewählte Datenreihen von Monatsmittelwerten der Temperatur und Monatssummen des Niederschlags eingehender auf signifikante Strukturen untersucht. Ziel ist es, signifikante Strukturen in den einzelnen Datenreihen zu erkennen. Dabei wird zunächst der mittlere Jahresgang und dessen Verteilung untersucht (Kapitel 3.1). Hierdurch sind eventuell auftretende seltene Ereignisse zu erkennen. Im Anschluß an diesen beschreibenden Teil wird eine klassische Zeitreihenanalyse durchgeführt (Kapitel 3.2). Diese Analyse erlaubt es, eventuell vorhandene signifikante Änderungen im Jahresgang und einen eventuell vorhandenen Trend zu separieren und zu charakterisieren. Darüberhinaus werden weitere glatte Strukturen, wie tieffrequente Schwankungen und harmonische Anteile, untersucht. Abschließend werden die zeitlichen Strukturen der verbleibenden Residuen auf ihre Verteilung und Stationarität hin untersucht. Dabei zeigt sich, ob noch weitere nicht erkannte Strukturen in der Reihe vorhanden sind, oder ob sie als Realisation eines Rauschprozesses aufgefaßt werden kann. Mit einer zusammenfassenden Erläuterung der Ergebnisse schließt dieser Untersuchungsteil ab.

2. Datengrundlage

Für die Analyse der Monatsmittelwerte der Temperatur werden sechs Stationsreihen verwendet; für die Monatssummen des Niederschlags sind es sieben. Die Stationen sind so gewählt, daß sie einerseits möglichst das gesamte Untersuchungsgebiet abdecken, andererseits aber auch eine homogene Datenbasis besitzen. Tabelle 2.1 ist zu entnehmen, welche Stationsreihen für Temperatur (in 0.1°C) und für den Niederschlag (in 0.1 mm) verwendet wurden. Die Datenreihen sind zwischen 100 Jahren (=1200 Monaten) und 188 Jahren (= 2256 Monaten) lang.

Tabelle 2.1: Verwendete Stationsreihen von Monatsmittelwerten der Temperatur und monatlichen Niederschlagssummen.

Station	Abgedeckter Zeitraum der Temperaturmessung	Abgedeckter Zeitraum der Niederschlagsmessung
Athen	1858 - 1990 (133 Jahre)	1858 - 1990 (133 Jahre)
Dar-el-beida	1891 - 1993 (103 Jahre)	1891 - 1993 (103 Jahre)
Gibraltar	1879 - 1990 (112 Jahre)	1864 - 1990 (125 Jahre)
Luqa (Malta)	1865 - 1990 (126 Jahre)	1841 - 1990 (150 Jahre)
Palma d.M.	1866 - 1990 (125 Jahre)	1866 - 1990 (125 Jahre)
Trieste	1803 - 1990 (188 Jahre)	1841 - 1990 (150 Jahre)
Tunis		1891 - 1990 (100 Jahre)

3. Methoden

3.1 Beschreibung des Jahresgangs

Eine Zeitreihe von Monatsdaten, die N Jahre umfaßt, besteht aus N Werten für jeden Kalendermonat. Somit kann für jeden Kalendermonat die Verteilung der N Werte untersucht werden. Wenn die Abweichungen vom arithmetischen Mittel eines Kalendermonats normalverteilt sind, so kann die Verteilung der Werte dieses Kalendermonats durch das arithmetische Mittel und die zugehörige Standardabweichung vollständig dargestellt werden.

Gilt dies für jeden Kalendermonat einer Datenreihe, kann somit auch der mittlere Jahresgang und dessen Verteilung durch den Jahresgang der arithmetischen Mittel der Kalendermonate und den Jahresgang der Standardabweichungen der Kalendermonate angegeben werden. Diese Bedingungen sind im allgemeinen allerdings nicht erfüllt.

Drei Gründe können dazu führen, daß die Abweichungen vom arithmetischen Mittel eines Kalendermonats scheinbar nicht normalverteilt sind:

1. Die Reihe enthält signifikante Strukturen, z.B. Trend, weitere glatte Komponenten und harmonische Anteile,
2. in der Reihe sind Ausreißer und
3. die Abweichungen vom arithmetischen Mittel des Kalendermonats sind an sich nicht normalverteilt, wie dies z.B. beim Niederschlag der Fall ist.

Alle Abweichungen von der Normalverteilung spiegeln sich in signifikanten Werten der Schiefe und des Exzesses wieder. Deshalb werden zusätzlich zum arithmetischen Mittel und der Standardabweichung auch Schiefe und Exzeß der Verteilung der Werte für jeden Kalendermonat angegeben. Weiterhin wird für alle Kalendermonate getestet, wie signifikant die Standardabweichung des Kalendermonats von der mittleren Standardabweichung der Kalendermonate abweicht. Dadurch ist zu erkennen, ob die Variation der Zeitreihe in verschiedenen Kalendermonaten signifikant höher oder niedriger ist als im Jahresdurchschnitt. Um, unabhängig von der Annahme normalverteilter Abweichungen vom arithmetischen Mittel jedes Kalendermonats, Jahresgänge und deren Verteilung anzugeben, werden zusätzlich die Jahresgänge der Minima, Maxima, des Medians und des ersten und dritten Quartils für jeden Kalendermonat berechnet. Für jedes Maximum und Minimum wird das Jahr des (ersten) Auftretens miterfaßt. Damit ist zu erkennen, ob die extremen Monatsmittel annähernd gleich verteilt sind, oder spezielle Häufungen auftreten.

Für jeden Kalendermonat werden somit folgende Größen erfaßt:

1. das arithmetische Mittel,
2. die Standardabweichung,
3. die Signifikanz, mit der sich die Standardabweichung des Kalendermonats von der mittleren Standardabweichung der Kalendermonate unterscheidet,
4. die Schiefe,
5. den Exzeß,
6. die Wertespanne (Maximum minus Minimum),
7. der Wert unterhalb dessen 25 % der Beobachtungen liegen (erstes Quartil),
8. der Wert oberhalb dessen 25 % der Beobachtungen liegen (drittes Quartil),
9. den Wert, der die oberen 50 % der Beobachtungen von den unteren 50 % der Beobachtungen trennt (Median) und
10. die Spanne in der 50 % der Werte liegen (drittes minus erstes Quartil).

Enthält eine Zeitreihe Ausreißer, so weist der Jahresgang der Extrema (Maximum und Minimum) auffällige Peaks auf. Da die für die Analysen verwendete Methode der kleinsten Quadrate empfindlich auf Ausreißer reagiert, werden diese aus den Zeitreihen herausgenommen, getrennt dokumentiert und in der Zeitreihe durch andere künstliche Werte ersetzt, die möglichst keinen Einfluß auf die weiteren statistischen Analysemethoden haben sollen. Dies kann auf zwei mögliche Arten geschehen. Einerseits kann sich an den Extremwerten des Vor- und Nachmonats (Minimummittel, bzw. Maximummittel) orientiert werden. Diese Methode ist handlich, versagt aber, wenn die Ausreißer in aufeinanderfolgenden Monaten eines Jahres aufgetreten sind. In diesem Fall werden, unter der Annahme, daß die Abweichungen vom Mittelwert Gauß-verteilt sind, die Ausreißer durch solche Werte ersetzt, die im Mittel in einer Zeitreihe dieser Länge nur einmal vorkommen. Zusätzlich kann dann berechnet werden, wie selten ein solcher Ausreißer in einer Gauß-

verteilten Variable auftritt. Dies gibt Aufschluß darüber, wie wahrscheinlich der gefundene Ausreißer ein seltenes zufälliges Ereignis ist. Ist ein gefundener Ausreißer mit hoher Wahrscheinlichkeit kein seltenes *zufälliges* Ereignis, so kann er entweder ein seltenes Ereignis *mit spezieller Ursache* oder ein Beobachtungsfehler sein.

Anschließend werden die mittleren Jahresgänge der Zeitreihen und deren Verteilung neu berechnet und alle weiteren Analysen mit den „ausreißerfreien“ Reihen durchgeführt. Bei normalverteilten Abweichungen vom arithmetischen Mittel müssen Schiefe und Exzeß nach einer solchen Korrektur vom Betrag her merklich kleiner geworden sein. Die Durchführung und die Ergebnisse der Ausreißerbereinigung werden in Kapitel 4.1.1 vorgestellt. Die Tabellen mit den Jahresgängen der oben genannten Parameter befinden sich in Teil 2 Kapitel 4 des Berichts.

3.2. Klassische Zeitreihenanalyse

3.2.1. Strategie

Das Ziel der klassischen Zeitreihenanalyse ist es, die vorhandene beobachtete Zeitreihe als Summe einzelner wohl beschreibbarer Komponenten auszudrücken (siehe z.B. Schlittgen und Streitberg, 1994). Dabei wird die Zeitreihe gewöhnlich in Mittelwert, Trend, starre Saisonfigur und Rest zerlegt. Eine solche Zerlegung muß nicht immer zu einer vollständigen Erklärung der Zeitreihe führen, gibt aber in jedem Fall Anhaltspunkte zu ihrer Charakterisierung. Hier wird die klassische Zeitreihenanalyse etwas erweitert und zusätzlich zu den oben erwähnten Komponenten noch auf glatte Nicht-Trend-Komponenten, seltene (extreme) Ereignisse und weitere harmonische Anteile hin untersucht. Der hierdurch nicht beschreibbare Rest sollte dann als Rauschen identifiziert werden können. Die Zeitreihe wird hier also in folgende jeweils signifikante Anteile zerlegt:

$$x(t) = m + t_r(t) + s(t) + g(t) + e(t) + h(t) + r(t) \quad (3.1)$$

mit:

$x(t)$ = Zeitreihe,
 m = Mittelwert der Zeitreihe,
 $t_r(t)$ = Trendkomponente,
 $s(t)$ = saisonale Komponente,
 $g(t)$ = glatte Komponente (ohne Trend),
 $e(t)$ = seltene (extreme) Ereignisse,
 $h(t)$ = harmonische (nichtsaisonale) Komponenten,
 $r(t)$ = Rauschen.

Die Analyse zeigt, welche dieser Komponenten signifikant in der Zeitreihe zu finden sind, und welche Gestalt sie im Einzelnen haben. In den folgenden Abschnitten sind die Methoden beschrieben, mit Hilfe derer die einzelnen Komponenten in der Zeitreihe detektiert und beschrieben werden.

3.2.2. Trendkomponente

Als Trendkomponente werden hier lineare und nichtlineare Trends bis zur fünften Ordnung untersucht, d.h. es werden folgende fünf Ansätze verwendet:

$$t_{r,i} = a_i + b_i t^i, \text{ für } i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (3.2)$$

Davon werden nur diejenigen Terme berücksichtigt, die signifikant in der Reihe enthalten sind, d.h. einen signifikanten Beitrag zu deren Varianz leisten. Wesentlich ist hierbei, daß jeder Term einzeln (univariate Korrelation bzw. Regression) eingeht. Dadurch bleibt die glatte (nicht Trend) Komponente unberücksichtigt (es gibt keine Wendepunkte). Trägt keiner der Terme signifikant zur Varianz der Reihe bei, so besitzt sie keinen signifikanten Trend. Trägt nur der Term mit $i=1$ bei, so ist ein signifikanter linearer Trend gefunden, tragen auch (oder nur) Terme höherer Ordnung bei, so ist ein signifikanter nichtlinearer Trend gefunden, der progressiv oder degressiv steigend oder fallend sein kann. Da die Durchführung der Regression in Form einer Rekursion gemeinsam mit der saisonalen Komponente durchgeführt wird, wird sie im nächsten Abschnitt gemeinsam mit der Anpassung der saisonalen Komponente erläutert. Die Untersuchung von nichtlinearen Trends bis zur fünften Ordnung ist analog zur Untersuchung der glatten Komponente (ohne Trend) gewählt und wird im Kapitel 3.2.4 diskutiert.

3.2.3. Saisonale Komponente

Die saisonale Komponente besteht aus Schwingungen mit den Wellenzahlen $j=1,2,3,4,5$ und 6 pro Jahr. Damit läßt sich der mittlere Jahresgang der Monatswerte exakt wiedergeben. Hier wird ein Ansatz gewählt, der nur signifikante Beiträge selektiert, und es somit erlaubt den signifikanten Teil des mittleren Jahresgangs (s. Kap. 3.1.) anzugeben. Nun muß der Jahresgang keineswegs starr sein, sondern kann Fluktuationen oder langsamen systematischen (glatten) Änderungen unterliegen. Um glatte Änderungen im Jahresgang erfassen zu können, wird zugelassen, daß die Amplitude jeder im Jahresgang enthaltenen Schwingung sich linear und quadratisch im Laufe der Zeit ändern kann, d.h. für jede der sechs Wellenzahlen j wird für die Amplituden der harmonischen Anteile ein quadratisches Polynom angesetzt. Damit folgt für die saisonale Komponente und deren glatte zeitliche Änderung ein Ansatz mit folgenden 18 Termen:

$$s_{j,k} = c_{j,k} + d_{j,k} t^k \cos\left(2\pi \frac{j}{12} t\right) + e_{j,k} t^k \sin\left(2\pi \frac{j}{12} t\right), \text{ für } k=0,1,2 \text{ und } j=1,2,3,4,5,6. \quad (3.3)$$

Dieser Ansatz berücksichtigt die starren Anteile ($k=0$), die sich linear mit der Zeit ändernden Anteile ($k=1$) und die sich stärker als linear mit der Zeit ändernden Anteile ($k=2$) für alle sechs Wellenzahlen j . So können zusätzlich zum signifikanten Jahresgang auch signifikante lineare und progressiv sowie degressiv steigende bzw. fallende Änderungen in der Amplitude und Phase des Jahresgangs erkannt werden. Die zu einer Wellenzahl gehörenden Komponenten können zusammengefaßt werden zu

$$s_j(t) = A_j(t) \cos\left(2\pi \frac{j}{12} (t - t_j)\right), \quad (3.4)$$

$$\text{mit der Amplitudenfunktion } A_j(t) = \sqrt{\sum_{k=0}^2 (d_{jk}^2 + e_{jk}^2) t^{2k}}, \quad (3.5)$$

für alle signifikanten k

$$\text{und der Phasenverschiebung } t_j(t) = \frac{12}{2\pi j} \arctan \left(\frac{\sum_{k=0}^2 d_{jk} t^k}{\sum_{k=0}^2 e_{jk} t^k} \right), \quad (3.6)$$

für alle signifikanten k .

Falls zu einer bestimmten Wellenzahl j nur ein signifikantes k gefunden wird, bedeutet dies gemäß den Gleichungen (3.5) und (3.6), daß sich die Phasenlage nicht ändert, während sich die Amplitude gemäß t^k ändert. Damit läßt sich schon allein aus der Kenntnis der signifikanten Anteile eine Aussage über strukturierte Veränderungen in der Amplitude und Phasenlage des Jahresgangs treffen. Der signifikante Jahresgang ist dann darstellbar als Summe über alle signifikanten $s_{j,k}$.

Um signifikante Trendkomponenten und starre bzw. glatt veränderliche Saisonfiguren zu finden, wird nach signifikanten Zusammenhängen der zu untersuchenden Zeitreihen und den 23 orthogonalen Basisfunktionen (den fünf Trend- und den 18 Saisonfiguren) gesucht. Der signifikanteste gefundene Zusammenhang (zu erkennen am höchsten univariaten Korrelationskoeffizienten) wird dann aus der Reihe eliminiert und gilt als erklärt. Danach wird erneut nach signifikanten Zusammenhängen des nicht erklärten Anteils mit diesen Basisfunktionen gesucht. Das Verfahren zieht somit rekursiv immer die am signifikantesten erklärbaren Anteile ab, bis keine signifikante Korrelation zu einer der Basisfunktionen mehr besteht. Nach diesem Arbeitsschritt können folgende Fragen beantwortet werden:

- 1.) Gibt es eine signifikante saisonale Komponente und einen signifikanten Trend in der Zeitreihe?
- 2.) Wieviel Varianz wird durch diese Komponenten beschrieben?
- 3.) Welche Komponente beschreibt die meiste Varianz?
- 4.) Wie sieht die starre Saisonfigur aus?
- 5.) Hat sich die Saisonfigur signifikant geändert?
- 6.) Wie hat sich die Saisonfigur geändert (Amplitude, Phasenlage)?
- 7.) Welche Form und Stärke haben die signifikanten linearen bzw. nichtlinearen Trends?

3.2.4. Glatte (tieffrequente)Komponente

Um die glatte tieffrequente Komponente der Zeitreihen zu extrahieren, werden polynomiale Ansätze bis zur fünften Ordnung mit den Residuen der Zeitreihen (multipl) korreliert, d.h. Ansätze der Form

$$g_I(t) = a_0 + \sum_{i=1}^I a_i t^i, \text{ für } I=1,2,3,4,5. \quad (3.7)$$

Dabei wird das Polynom der höchsten Ordnung I verwendet, daß noch signifikant mehr Varianz erklärt, als die Polynome mit einer Ordnung kleiner I . Dieser Anteil wird mittels einer multiplen Regression aus der Reihe eliminiert und getrennt betrachtet. Die so eliminierte glatte Komponente kann bis zu vier Extremwerte (signifikant wärmere und kältere bzw. niederschlagsreichere und niederschlagsärmere Zeiten) und drei Wendepunkte aufweisen. Somit erhält man eine Beschreibung der signifikanten glatten Komponente. Durch starkes Tiefpaßfiltern wäre zwar auch eine glatte Komponente sichtbar geworden, jedoch hätten keinerlei Aussagen über deren signifikanten Beitrag zur Varianz der Zeitreihe getroffen werden können. Da für die glatte Komponente ein polynomialer Ansatz bis zur fünften Ordnung verwendet wurde, beschreibt sie den niederfrequenten Anteil der Reihe bis zur

Wellenzahl 2. Dieser hätte mit einer harmonischen Analyse (s. Kapitel 3.2.7) nur schlecht erfaßt werden können, da bei der harmonischen Analyse nach harmonischen Anteilen mit vorgegebenen festen Perioden (Fourier-Stützstellen) gesucht wird. Im Gegensatz dazu findet die Anpassung des Polynoms aber auch deutlich nichtharmonische niederfrequente Schwankungen.

3.2.5 Rauschen

Wenn außer dem Trend, der Saisonkomponente und der glatten Komponente keine weiteren Strukturen in der Zeitreihe vorhanden sind, so muß der nicht durch diese Komponenten beschriebene Anteil der Zeitreihe durch ein Zufallsrauschen beschreibbar sein. Dies wird im nächsten Schritt getestet. Dazu wird zunächst das Residuum $R = x(t) - m - t_r(t) - s(t) - g(t)$ auf seine Verteilung hin untersucht. Läßt sich die Verteilung nicht von einer Gauß-Verteilung unterscheiden, so bedeutet das nach dem zentralen Grenzwertsatz, daß dieses Residuum als Summe vieler im einzelnen unbedeutender Einflüsse betrachtet werden darf (siehe z.B. Bosch, 1995). Getestet wird dies mit dem Kolmogoroff-Smirnoff-Test (siehe z.B. Press et al., 1992). Ist das Residuum zusätzlich noch mittelwert-, varianz- und autokovarianzstationär, so kann es als Realisation eines stochastischen Prozesses aufgefaßt werden (Box und Jenkins, 1976). Die Stationarität des Residuums wird getestet, indem die Zeitreihe in zwei Intervalle eingeteilt wird und von jedem Intervall Mittelwert, Standardabweichung und Autokorrelationsfunktion miteinander verglichen werden. Für die Mittelwerte wird hierzu ein t-Test verwendet, für die Standardabweichungen ein F-Test (siehe z.B. Schönwiese, 1992). Zum Test der Autokovarianzstationarität wird die Autokorrelationsfunktion und (mittels Fisher-Transformation) deren Konfidenzintervall (siehe z.B. Schönwiese, 1992) für die erste und zweite Hälfte des Residuums geschätzt. Für jede Zeitverschiebung wird getestet, ob der entsprechende Wert der Autokorrelationsfunktion in der zweiten Hälfte der Zeitreihe außerhalb eines bestimmten Konfidenzintervalls der Autokorrelation der ersten Hälfte der Zeitreihe ist. Sind für eine Residuenreihe die Stationaritätsannahmen erfüllt und ist ihre Verteilung nicht von einer Gauß-Verteilung zu unterscheiden, so kann weiterhin deren Autokorrelationsfunktion und partielle Autokorrelationsfunktion untersucht werden. Damit ist ein linearer stochastischer Prozeß an das Residuum anpaßbar und die Zeitreihe ist vollständig beschrieben. Zusätzlich kann auch die Spearman-Autokorrelationsfunktion (siehe z.B. Press et al., 1992) und die Autoinformationsfunktion (Weingärtner, 1985) berechnet werden, die Aufschluß darüber geben, um wieviel besser das Residuum durch eine streng monotone Abbildung eines linearen Prozesses (Spearman-Koeffizient) oder einen nichtlinearen stochastischen Prozeß beschreibbar ist (Autoinformation).

3.2.6. Seltene Ereignisse

Leider gelingt eine Zerlegung, wie sie in den Abschnitten 3.2.2. bis 3.2.5 beschrieben ist, nur selten. Der wenigst kompliziertere Fall ist der, daß die Verteilung des Residuums fast gaußverteilt ist, d.h. hier, daß der Unterschied zur theoretischen Verteilung von wenigen extremen Werten herrührt. Diese extremen Werte $e(t)$ können in der Zeitreihe als seltene Ereignisse sichtbar sein, ohne welche die Verteilung gaußverteilt wäre. Offensichtliche Ausreißer wurden bei der Untersuchung der mittleren Jahresgänge und deren Verteilung bereits eliminiert. Die dort erkannten Ausreißer sind seltene Ereignisse der Zeitreihe. Nachdem nun aber auch die variable Saisonfigur, Trends und weitere glatte Komponenten eliminiert sind, können weitere Extremwerte, die nicht zum Rest der Verteilung passen und somit seltene Ereignisse darstellen, sichtbar werden.

Da die Methode der kleinsten Quadrate, mit welcher die Trendkomponente und die Saisonfigur angepaßt wurden, sehr sensibel auf extreme Werte reagiert, muß nach der Eliminierung der Extremwerte erneut die Regression mit den Basisfunktionen durchgeführt werden.

Findet man Extremwerte, so stellt sich die Frage, woher diese kommen. Es gibt zwei unterscheidbare Ursachen, die dafür in Frage kommen. Einerseits können sie seltene zufällige Werte der Beobachtungsgröße selbst sein, andererseits kann ein spezielles Ereignis zu diesen Werten geführt haben. Dies könnten Fehler in der Datenaufnahme und -aufbereitung sein, oder eine außergewöhnliche klimatologische Situation.

Zur Unterscheidung der beiden Ursachen stellt man die Nullhypothese auf, daß durch Zufall ein so seltenes Ereignis in der Zeitreihe vorkommt, so wie es in einer Reihe von 100 Gauß-verteilten Werten vorkommen kann, daß ein Wert vorhanden ist, der nur einmal in 1 000 000 Werten vorkommt. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist aber nur 1 zu 10 000, und damit sehr gering. Für diesen Test muß die Verteilung des Residuums ohne den Außreißer bekannt sein. Treten in einer Reihe mehrere seltene Ereignisse auf, so können folgende Fragen beantwortet werden:

- 1.) Treten die seltenen Ereignisse insbesondere in bestimmten Jahreszeiten auf?
- 2.) Handelt es sich um hauptsächlich positive oder negative Extrema?
- 3.) Können sie durch einen Extremwertprozeß beschrieben werden?

Auf diese Fragen wird hier nicht weiter eingegangen, da im Verlauf der Analysen nur sehr wenige seltene Ereignisse gefunden wurden, welche die Bearbeitung dieser Fragestellung nicht erlauben.

3.2.7. Harmonische Anteile

Um weitere harmonische Anteile außer der Saisonkomponente zu detektieren, wird eine harmonische Analyse durchgeführt. Dazu wird zunächst die spektrale Dichte geschätzt (siehe z.B. Schlittgen und Streitberg, 1994). Leider sind Spektralschätzer unabhängig von der Länge der Zeitreihe schlechte Schätzer, in dem Sinn, daß sie nicht konsistent (siehe z.B. Schlittgen und Streitberg, 1994) sind. D.h. sie müssen auch für noch so lange Reihen nicht gegen den wahren Wert konvergieren. Ihre Varianz ist immer von der Größenordnung des Schätzers selbst. Deshalb werden die Daten vor der Spektralanalyse mit einer Fensterfunktion (hier wird das sog. Bell-Taper verwendet, siehe z.B. Stull, 1989) multipliziert. Zur Durchführung der harmonischen Analyse wird getestet, ob der höchste Peak im Spektrum überzufällig hoch ist. Dazu wird ein von Walker 1914 entworfener Test verwendet (siehe z.B. Schlittgen und Streitberg, 1994), der nur unter der Annahme von harmonischen Anteilen in weißem Rauschen exakt ist, aber bei den hier untersuchten Residuen, mit sehr wenig Autokorrelation, anwendbar erscheint.

Zum Vergleich wird noch ein einfaches theoretisches Spektrum verwendet. Dies ist das Spektrum des weißen Rauschens, falls der erste Autokorrelationskoeffizient nicht signifikant größer ist als null, ansonsten das Spektrum des zugeordneten AR(1)-Prozesses (Markov-Spektrum). Zusätzlich wird ein Anderson-Darling-Test auf weißes Rauschen durchgeführt, der, da er auf dem kumulativen Spektrum beruht (das seinerseits erwartungstreu und konsistent ist, siehe z.B. Schlittgen und Streitberg, 1994), recht zuverlässige Entscheidungen ermöglicht. Zeichnen sich keine signifikanten harmonischen Anteile ab und wird ein deutlicher Unterschied zum theoretischen Vergleichsspektrum gefunden, so kann man davon ausgehen, daß das Residuum mindestens durch einen AR(2)-Prozeß zu beschreiben ist.

4. Durchführung der Analysen und Ergebnisse

Da sich die Durchführung der Analysen der Reihen der Monatsmittelwerte der Temperatur von der Durchführung der Analysen der Reihen der Niederschlagssummen deutlich unterscheidet, werden die Analysen in den folgenden beiden Abschnitten getrennt dokumentiert und besprochen.

4.1. Temperatur

4.1.1 Beschreibung des Jahresgangs und Eliminierung von Ausreißern

Zunächst werden die mittleren Jahresgänge und deren Verteilung berechnet um Ausreißer zu detektieren und aus den Zeitreihen zu eliminieren. In Tabelle 4.1 sind diese Ausreißer, die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sie ein seltenes Ereignis der zugrundeliegenden Verteilung sind, und die Werte durch die sie ersetzt wurden, angegeben. Zusätzlich ist noch die Methode gekennzeichnet, mit der der Ersatzwert bestimmt wurde. Dabei bedeuten Maximum- bzw. Minimummittel, daß das Mittel des Extremwertes des vorhergehenden und darauffolgenden Kalendermonatsextremwertes verwendet wurde. Wenn bei der Methode ein Prozentwert angegeben ist, so entspricht dies der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Wert aus der Verteilung näher am Mittelwert liegt als der eingesetzte Wert. Der Ersatzwert ist demnach so gewählt, daß eine Zeitreihe dieser Länge im Mittel einen solchen Wert enthält. So ergibt sich z.B. für die Zeitreihe von Palma, eine Abweichung vom Mittelwert, die nur einmal pro 125 Jahre (also in 0.8 % der Fälle) vorkommt. Es wird demnach ein Wert eingesetzt von dem man aufgrund der Verteilung annehmen kann, daß im Mittel 99.2 % der Werte näher am Mittelwert liegen. Es ist darüber hinaus leicht berechenbar, wie selten ein gefundenes seltenes Ereignis in einer Gauß-verteilten Variable auftritt. Dies gibt Aufschluß darüber, wie wahrscheinlich dieser Wert ein seltenes zufälliges Ereignis ist. Ist die Wahrscheinlichkeit recht gering, so kann davon ausgegangen werden, daß es sich entweder um die Folge einer speziellen außergewöhnlichen Ursache handelt, oder um einen Meß- bzw. Aufzeichnungsfehler. Als Beispiel wird hier der Extremwert im August 1906 in Athen diskutiert. Während der August in Athen im Mittel eine Temperatur von 27.4 °C bei einer Standardabweichung von 1.1°C aufweist, ist für den August 1906 ein Wert von 16.3 °C angegeben. Das bedeutet, daß dieser Wert über 10 Standardabweichungen vom Erwartungswert entfernt liegt. Da die Verteilung ohne diesen Extremwert in guter Näherung Gauß-verteilt ist, kann die Wahrscheinlichkeit für das zufällige Auftreten eines solch kalten Augusts in einer 133 Jahre langen Zeitreihe berechnet werden. Sie liegt unter 10^{-4} . Es ist demnach zu erwarten, daß ein spezielles Ereignis oder ein Beobachtungs- bzw. Übertragungsfehler zu diesem Wert geführt hat.

Tabelle 4.1: Veränderte Werte seltener Ereignisse. Aufgelistet sind die seltenen Ereignisse pro Stationsreihe (Ausreißer), die Wahrscheinlichkeit für ein zufälliges mit der Verteilung der Reihe verträgliches Auftreten eines solchen Wertes, der Wert durch den der Ausreißer ersetzt wurde und die Methode nach der dieser Wert bestimmt wurde. Zur näheren Erläuterung siehe Text.

Station	Monat	Originalwert in .1°C	Wahrscheinlichkeit für das zufällige Auftreten dieses Wertes in einer Reihe der vorhandenen Länge	ersetzter Wert in .1°C	Methode
Athen	8/1906	163	$< 1 \cdot 10^{-4}$	232	Minimummittel

	11/1895	256	$< 1 \cdot 10^{-4}$	187	Maximummittel
Dar-el-beida	6/1984	146	$< 3 \cdot 10^{-4}$	166	Minimummittel
	8/1984	158	$< 10^{-4}$	180	Minimummittel
Gibraltar	5/1931	138	$< 3 \cdot 10^{-4}$	159	Minimummittel
	5/1955	215	$< 8 \cdot 10^{-2}$	204	Minimummittel
Luqa	keine Änderungen				
Palma	12/1956	192	$< 1 \cdot 10^{-4}$	153	Maximummittel
	12/1985	175	$< 1 \cdot 10^{-4}$	153	Maximummittel
	8/1931	208	$< 1 \cdot 10^{-4}$	226	99.2 %-Wert
	9/1931	178	$< 1 \cdot 10^{-4}$	200	99.2 %-Wert
Trieste	2/1965	-13	$< 4 \cdot 10^{-3}$	11	99.5 %-Wert
	2/1928	- 18	$< 4 \cdot 10^{-3}$	11	99.5 %-Wert
	3/1808	22	$< 6 \cdot 10^{-4}$	45	99.5 %-Wert
	4/1987	55	$< 2 \cdot 10^{-4}$	84	99.5 %-Wert

Wie Tabelle 4.1 zu entnehmen ist, sind in den Reihen nur wenige (in der Reihe von Luqa sogar keine) seltene Ereignisse zu erkennen. Dadurch ist es nicht möglich deren zeitliche Abfolge weiter zu analysieren. Wegen der geringen Wahrscheinlichkeit mit der diese seltenen Ereignisse mit der Verteilung der Werte verträglich sind, kann geschlossen werden, daß es sich entweder um die Wirkung spezieller außergewöhnlicher Ursachen handelt, oder um Meßfehler. Nach Abschluß dieser Untersuchung können die mittleren Jahresgänge und deren Verteilung zuverlässig bestimmt werden.

Die Ergebnisse sind im Teil 2 Kapitel 4 angegeben. Es zeigt sich, daß auch die Standardabweichung der Kalendermonatswerte einen Jahresgang aufweist. In Tabelle 4.2 ist deshalb angegeben, für welche Kalendermonate sich die Standardabweichung signifikant von der mittleren Standardabweichung der Kalendermonate der entsprechenden Zeitreihe unterscheidet.

Tabelle 4.2: Signifikanz signifikanter Abweichungen der Standardabweichungen der Kalendermonate von der mittleren Standardabweichung der Kalendermonate. Negative Werte bedeuten negative Abweichungen.

	Athen	Dar-el-beida	Gibraltar	Luqa	Palma	Trieste
Jan	+ 99.8					+ 99.99
Feb	+ 99.9				+ 99.8	+ 99.85
Mär	+ 97.8					
Apr				- 99.99		
Mai						
Jun	- 98.4					- 96.8
Jul	- 99.99					- 98.9
Aug	- 99.9	- 97.3			- 97.8	- 99.9
Sep						- 90.3
Okt						
Nov	+ 95.4			+ 99.9		
Dez					+ 92.97	+ 96.1

Wie Tabelle 4.2 zu entnehmen ist, sind signifikant kleinere Standardabweichungen nur von April bis September zu finden und signifikant größere Standardabweichungen nur von November bis März.

Während in Trieste und Athen (im Nordosten des Untersuchungsgebiets) ein signifikanter Jahresgang der Standardabweichung besteht, ist in Dar-el-beida fast kein und Gibraltar (im Südwesten des Untersuchungsgebiets) kein signifikanter Jahresgang der Standardabweichung zu sehen.

4.1.2 Ergebnisse der Zeitreihenanalyse

Im folgenden Schritt wird die rekursive Regression mit den Basisfunktionen durchgeführt. Tabelle 4.3 ist zu entnehmen welche Funktionen signifikant in den Zeitreihen gefunden wurden und wieviel Varianz durch sie (insgesamt und von der signifikantesten Basisfunktion) erklärt wird. Dabei sind die signifikanten Basisfunktionen durch ihre Indizes angegeben. Dies sind die Wellenzahlen $j=1$ bis 6 pro Jahr der Saisonfigur mit der zeitlichen Änderung der Amplitude gemäß der Potenz $k=0, 1$ oder 2 und die Trendkomponente der Ordnung t^i , mit i von 1 bis 5.

Tabelle 4.3: Signifikante Basisfunktionen in der Reihenfolge ihres Anteils an der Gesamtvarianz, dadurch insgesamt erklärte Varianz (erklärte Varianz der signifikantesten Basisfunktion in Klammern) und Beschreibung der signifikanten Basisfunktionen. j und k bedeuten die Wellenzahl und Ordnung des Amplitudenpolynoms der saisonalen Komponente, i ist die Ordnung der Trendfunktion.

Station	signifikante Basisfunktion	erklärte Varianz in %	Beschreibung
Athen	j=1, k=0 j=2, k=0 j=3, k=0 j=1, k=2 i=1 j=2, k=2 j=4, k=1	95.85 (95.40)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 4 Monate, starr 12 Monate, nichtlin. var. linearer Trend 6 Monate, nichtlin var 3 Monate, linear var.
Dar-el-beida	j=1, k=0 j=2, k=0 i=2 j=3, k=0 j=1, k=2	92.70 (90.50)	12 Monate, starr 6 Monate, starr nichtlin. Trend 4 Monate, starr 12 Monate, nichtlin. var
Gibraltar	j=1, k=0 j=2, k=0 i=5	94.72 (91.81)	12 Monate, starr 6 Monate, starr nichtlin. Trend
Luqa	j=1, k=0 j=2, k=0 j=3, k=0 i=1 j=1, k=1	95.75 (94.79)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 4 Monate, starr linearer Trend 12 Monate, linear var.
Palma	j=1, k=0 j=2, k=0 i=1 i=5 i=4 j=1, k=2 i=3	95.17 (93.29)	12 Monate, starr 6 Monate, starr linearer Trend nichtlinearer Trend nichtlinearer Trend 12 Monate, nichtlin. var. nichtlinearer Trend
Trieste	j=1, k=0 j=2, k=1 i=1 j=3, k=1 j=5, k=0	95.26 (95.05)	12 Monate, starr 6 Monate, linear variabel linearer Trend 4 Monate, linear variabel 2.4 Monate, starr

Wie Tabelle 4.3 zeigt, erklären die signifikanten Saison- und Trendkomponenten zusammen einen Großteil der Varianz der Zeitreihen. Dabei wird der überwiegende Anteil der erklärten Varianz durch die starre harmonische Schwingung der Wellenzahl 1 erklärt. Zusätzlich werden an allen Stationen signifikante Oberschwingungen und Trends gefunden. Außer bei der Station Gibraltar werden weiterhin sehr kleine, jedoch signifikante Änderungen im Jahresgang detektiert. Für die saisonalen Komponenten können Amplituden und Phasenlagen angegeben werden (s. Tabelle 4.4). Die Amplituden werden dabei in 0.1°C pro Monat hoch k angegeben. Bei der Betrachtung jeder einzelnen Komponente k sind die Phasenlagen

Konstanten. Sie sind in Tagen angegeben. Da der mittlere Januarwert als Monat eingehandhabt wird, ist der Zeitpunkt null Mitte Dezember. Phasenlagen gelten demnach ab dem 16. Dezember. Für die in Tabelle 4.4 ebenfalls angegebenen Trends ist zur Charakterisierung der letzte Wert der Trendfunktion im Untersuchungszeitraum minus dem ersten Wert angegeben.

Tabelle 4.4: Amplituden und Phasenlagen der signifikanten Funktionen, sowie signifikante Trendkomponenten (Nähere Erläuterungen siehe Text).

Station	signifikante Basisfunktion	Amplitude in $0.1^{\circ}\text{C}/\text{Monat}^k$	Phasenlage in Tagen ab 16. Dez	Trend (Temperaturänderung in 0.1°C im Untersuchungsintervall)
Athen	j=1, k=0	- 93.2	41.8	- 2.9
	j=2, k=0	5.8	43.1	
	j=3, k=0	1.4	- 24.2	
	j=1, k=2 i=1	1.1 E-6	60.7	
	j=2, k=2	- .94 E-6	19.9	
	j=4, k=1	- 1.0 E-3	13.8	
Dar-el-beida	j=1, k=0	- 69.4	48.8	12.3
	j=2, k=0 i=2	- 9.3	- 25.0	
	j=3, k=0	- 1.4	27.8	
	j=1, k=0	- .93	61.2	
	j=1, k=2	- 1.4 E-5	17.5	
Gibraltar	j=1, k=0	- 53.7	48.2	13.8
	j=2, k=0 i=5	- 8.2	- 24.3	
Luqa	j=1, k=0	- 71.3	52.2	4.2
	j=2, k=0	- 6.5	- 32.6	
	j=3, k=0 i=1	- 2.1	23.3	
	j=1, k=1	1.1 E-3	13.0	
	j=1, k=0	-.8	12.2	
	j=1, k=1	.8 E-3	12.3	
Palma	j=1, k=0	- 73.9	46.9	-14.5 5.27 6.0 1.9
	j=2, k=0 i=1 i=5 i=4	- 9.6	- 28.1	
	j=1, k=2 i=3	.92 E-6	- 11.7	
Trieste	j=1, k=0	- 96.9	36.9	7.0
	j=2, k=1 i=1	- 2.3 E-3	- 24.0	
	j=3, k=1	1.1 E-3	- 7.4	
	j=5, k=0	1.2	8.0	

Die Station Athen zeigt einen signifikanten negativen linearen Trend, in Luqa und Trieste liegt ein signifikanter positiver linearer Trend vor. Die restlichen Stationen zeigen einen signifikant progressiv steigenden Temperaturverlauf.

Die restliche glatte Komponente (ohne Trend) wird durch eine multiple Regression erfaßt. Dazu wird zunächst sukzessive ein Polynom bis zur fünften Ordnung angepaßt. Die entgültige Regression wird dann mit dem Polynom durchgeführt, dessen höchste Ordnung noch signifikant in der Reihe vorhanden ist. Für Athen, Gibraltar, Luqa und Palma wird das vollständige Polynom fünften Grades verwendet, für Dar-el-beida und Trieste ein Polynom vierter Ordnung. Damit werden auch die signifikanten niederfrequenten Schwankungen aus den Reihen extrahiert. Die Koeffizienten der angepaßten Polynome und der gefundenen signifikanten Trends sind in Tabelle 4.5 angegeben.

Tabelle 4.5: Koeffizienten der signifikanten Polynome zur Beschreibung der reinen glatten Komponente (jeweils obere Werte) und Trendkoeffizienten (jeweils untere Werte) in $0.1^{\circ}\text{C}/\text{Monat}^i$.

Station	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Athen	.3516 E-1 -.1828 E-2	-.1856 E-3	.3171 E-6	-.2204 E-9	.5413 E-13
Dar-el-beida	-.2614	.8187 E-3 .8079 E-5	-.9185 E-6	.339 E-9	0
Gibraltar	.2076 E-1	-.2464 E-3	.5858 E-6	-.5175 E-9	.1555 E-12 .3155 E-14
Luqa	2201 E-1 .2777 E-2	-.1467 E-3	.3600 E-6	-.3350 E-9	.1032 E-12
Palma	.1237 E-2 -.9770 E-2	-.1134 E-4	-.8594 E-7 +.5603 E-9	.1592 E-9 .1227 E-11	-.6676 E-13 .7229 E-15
Trieste	-1603 E-1 .3120 E-2	-.2597 E-4	.1609 E-7	.3392 E-11	0

Der durch die Summe der Trends und glatten Komponente jeder Zeitreihe beschriebene Temperaturverlauf ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

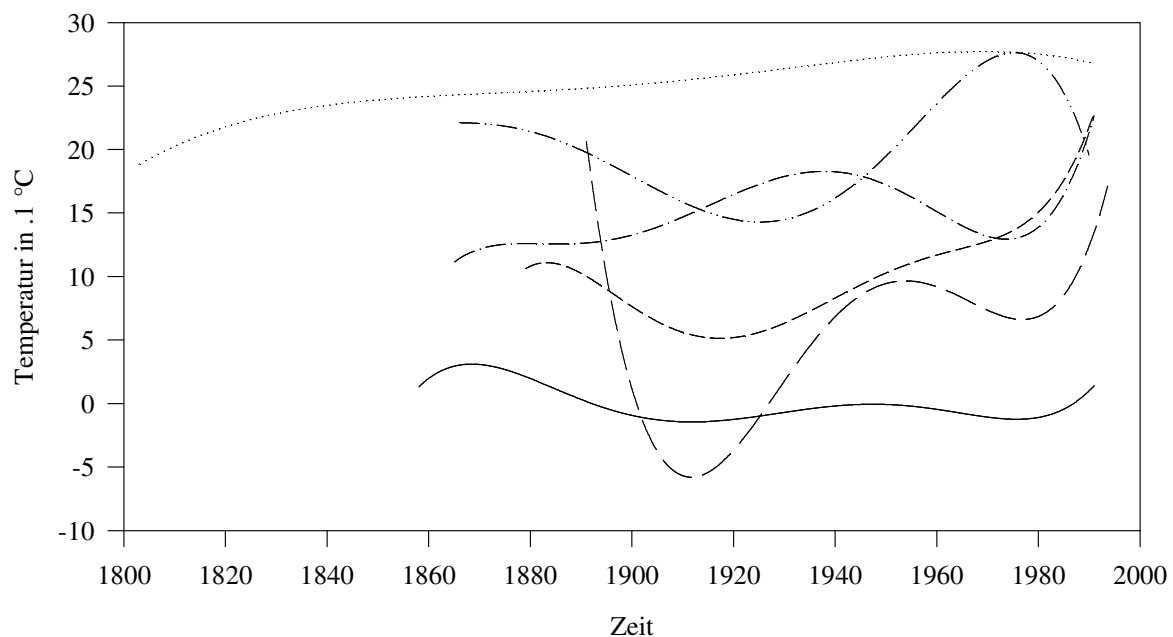


Abbildung 4.1: Temperaturverlauf der Summe aus Trend und restlicher glatter Komponente von Athen (durchgezogene Kurve), Dar-el-beida (lang gestrichelt), Gibraltar (kurz gestrichelt), Luqa (Strich-Punkt), Palma (Strich-Punkt-Punkt) und Trieste (gepunktet). Wegen der besseren Übersichtlichkeit sind die Kurven auf verschiedene Mittelwerte gebracht, d.h. nur die Form (nicht die Lage) der Kurven enthält Information.

Durch die signifikanten Trends, Saisonkomponenten und restlichen glatten Komponenten wird ein Großteil der Varianz erklärt. Man sollte sich jedoch klar vor Augen halten, daß z.B. 96 % erklärte Varianz bedeuten, daß 1/25 der Varianz nicht erklärt ist, was 20 % der Standardabweichung entspricht. Deshalb sind in Tabelle 4.6 die Standardabweichungen der Residuen und der Originalreihen (ohne Ausreißer) dargestellt.

Tabelle 4.6: Standardabweichung der Residuen und der Originalreihen.

Station	Standardabweichung der Originalreihen	Standardabweichung der Residuen
Athen	67.5	12.68
Dar-el-beida	51.6	12.203
Gibraltar	39.6	8.387
Luqa	51.8	9.606
Palma	54.1	10.644
Trieste	70.3	14.25

4.1.3 Ergebnisse der Residuenanalyse

Im nächsten Schritt wird getestet, ob die Residuen, d.h. der Anteil der beobachteten Zeitreihen, der nicht durch die Saisonfigur, den Trend und die glatte Komponente beschrieben ist, als Wirkung stationärer Zufallsprozesse dargestellt werden können. Dazu wird zunächst mittels Kolmogoroff-Smirnoff-Test die Ablehnungswahrscheinlichkeit für die Hypothese, daß die Residuen Gauß-verteilt sind, berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.7 angegeben.

Tabelle 4.7: Ergebnisse der Tests auf Gaußverteilung.

Station	Kolmogoroff-Smirnoff-Ablehnungswahrscheinlichkeit der Gaußverteilung in %
Athen	17.7
Dar-el-beida	15.8
Gibraltar	.6
Luqa	17.4
Palma	61.5
Trieste	7.9

Nach Tabelle 4.7 kann das Residuum keiner der betrachteten Temperaturreihen von einer Gaußverteilung unterschieden werden. Das bedeutet auch, daß keine weiteren seltenen Ereignisse, außer denen in Tabelle 4.1, gefunden werden. Um zu erkennen, ob die Residuen durch einen stationären Zufallsprozeß beschrieben werden können, wird nun die Stationarität von Mittelwert, Varianz und Autokorrelation getestet. Die Ergebnisse der Mittelwert- und Varianzstationaritätstests sind in Tabelle 4.8 und 4.9 gegeben.

Tabelle 4.8: Ergebnisse der Mittelwertstationaritätstests.

Station	Mittelwerte der ersten Hälfte des Residuums	Signifikanz des Unterschiedes zwischen zweiter und erster Hälfte in %
Athen	-.202	44.2
Dar-el-beida	-.582	88.1
Gibraltar	.489	95.5
Luqa	.116	33.3
Palma	.16	40.7
Trieste	-.11	27.3

Wie man Tabelle 4.8 entnehmen kann, ist nur bei der Station Gibraltar die Mittelwertstationarität des Residuums verletzt.

Tabelle 4.9: Ergebnisse der Varianzstationaritätstests.

Station	Standardabweichung der ersten Hälfte	Standardabweichung der zweiten Hälfte	Signifikanz des Unterschiedes in %
Athen	14.233	13.19	96.82
Dar-el-beida	13.086	13.158	10.3
Gibraltar	8.957	8.935	5.27
Luqa	11.029	9.907	99.68
Palma	11.147	11.892	92.2
Trieste	15.915	14.621	99.55

Entsprechend den Ergebnissen der Varianzstationaritätstests (Tabelle 4.9) hat die Varianz der Residuen bei vier Stationen ab- und bei zwei Stationen zugenommen. Der Anstieg der Varianz in Dar-el-beida und der Abfall in Gibraltar sind nicht signifikant.

Die Autokovarianzstationarität wurde für die ersten 25 Zeitverschiebungen getestet. Dabei ergab sich, daß nur die Autokovarianzfunktion der Station Luqa eine klare Instationarität aufweist.

Da Instationaritäten der Mittelwerte und der Varianz im Prinzip durch Transformationen behebbar sind, können die Autokorrelationsmaße aller betrachteten Residuen außer bei der Station Luqa dazu verwendet werden, den Zufallsprozeß, der die Residuen beschreibt zu erkennen.

Dazu werden für alle Residuen verschiedene Autokorrelationsmaße bis zu 25 Monate Zeitverschiebung berechnet. Sie sind in Teil 2 Kapitel 4 des Berichts abgebildet. Der Spearman-Koeffizient weicht dabei nie deutlich vom Paerson-Koeffizient ab, da alle Verteilungen Gauß-verteilt sind. Er wird deshalb nicht weiter diskutiert. Die Autoinformation liegt im allgemeinen höher (z.T. signifikant höher) als die Pearson-Autokorrelation (Akf). Daraus folgt, daß mit einem nichtlinearen autoregressiven Ansatz mehr Varianz erklärt werden kann (bessere Prognosen möglich sind) als mit einem linearen autoregressiven Modell. Andererseits sind auch die Werte der Autoinformation sehr klein (i.A. unter 20 %), so daß die Möglichkeit nichtlinearer autoregressiver Modellierung hier nicht weiter diskutiert wird. Die Pearson-Autokorrelationsfunktion nimmt für Zeitverschiebungen größer als zwei keine Werte an, die deutlich größer sind als 0.1. Das bedeutet, das die in der Autokorrelationsfunktion noch sichtbaren Strukturen nicht wesentlich mehr als 1 % der Varianz des Residuums erklären. Für Zeitverschiebungen bis zwei spiegelt die Autokorrelationsfunktion die Persistenz (Erhaltungsneigung) der Monatsmitteltemperaturen wieder. Diese kann nicht durch einen autoregressiven Prozeß erster Ordnung dargestellt werden (da $Akf(\tau) \neq Akf(1)^\tau$, mit τ gleich Zeitverschiebung). Die Residuen von Athen, Palma und Trieste sollten demnach durch einen autoregressiven Prozeß mit einer Ordnung größer eins charakterisiert werden können. In Dar-el-beida und Gibraltar geht die Akf für die untersuchten Verschiebungen nicht auf null zurück. Dies weist auf signifikante langperiodische Schwankungen hin, die durch eine harmonische Analyse gefunden werden sollten. In Luqa oszilliert die Akf mit einer scheinbaren Periode von 12 Monaten. Dieses Phänomen wird bei der Betrachtung des Spektrums diskutiert.

Um harmonische Anteile in den Residuenreihen zu entdecken, wird eine harmonische Analyse durchgeführt. Zunächst bestätigt ein White-Noise Test (siehe Abschnitt 3.2.7), daß alle Residuenreihen mit über 99.999% Wahrscheinlichkeit kein weißes Rauschen sind. Dies war anhand der Autokorelationsfunktionen schon signifikant sichtbar. Die Ergebnisse der harmonischen Analyse sind in Tabelle 4.10 dargestellt.

Tabelle 4.10: Ergebnisse der harmonischen Analysen.

Station	signifikanteste Periode in Monaten (Jahren)	Signifikanz in %
Athen	26.6	75.8
Dar-el-beida	412 (34.3)	99.99
Gibraltar	336 (28)	99.99
Luqa	11.91	99.99
Palma	212.57 (17.7)	99.7
Trieste	564 (47)	83.6

In den Residuen der Stationen Athen und Trieste werden keine weiteren signifikanten harmonischen Anteile gefunden. In Dar-el-beida, Gibraltar und Palma werden hingegen höchst signifikante niederfrequente Perioden gefunden. Die Angaben der Wellenlänge aus dem Spektrum ist dabei sehr unsicher, da die Fourier-Stützstellen in diesem Wellenlängenbereich noch sehr weit auseinander liegen. So stellt die Schwingung mit einer Periode von 28 Jahren bei der Station Gibraltar die Wellenzahl 4 dar. Die Nachbarwellenzahlen (drei und fünf) liegen bei 37.3 und 22.4 Jahren. Die signifikante Schwingung liegt irgendwo dazwischen und müßte mit einer weiteren feineren Untersuchung gesucht werden. Die höchst signifikanten und sehr langwelligen Schwankungen bei den Stationen Dar-el-beida und Gibraltar führen dazu, daß über lange Zeiträume eher Werte unterhalb bzw. oberhalb des Mittels angenommen werden. Dies hat dazu geführt, daß die Akf bis zur Verschiebung 25 nicht auf null abgefallen ist, sondern einen etwa konstanten Wert angenommen hat.

Das Spektrum von Luqa zeigt signifikante Anteile bei Frequenzen nahe dem Jahresgang. Dieser selbst ist eliminiert, d.h., daß keine 12-Monate-Periodizität mehr in der Reihe vorhanden ist und die spektrale Dichte bei genau 12 Monaten null ist. Da aber der Jahresgang in Luqa starken (Wellenlängen-) Schwankungen zu unterliegen scheint, sind die spektralen Dichten in der Nähe der 12-Monate-Periodizität signifikant. Da der Test auf signifikante Peaks von Walker nur den höchsten Peak testet, haben die Schwankungen im Jahresgang dazu geführt, daß mit der harmonischen Analyse keine niederfrequenten harmonischen Anteile untersucht werden konnten. Es kann demnach nicht ausgeschlossen werden, daß auch in der Temperaturreihe der Station Luqa signifikante niederfrequente Schwankungen vorhanden sind. Um Klarheit darüber zu erhalten, müßte der variable Jahresgang mit einem autoregressiven Filter eliminiert werden, was im Rahmen dieses Projekts jedoch nicht angegangen wurde.

4.2 Niederschlag

4.2.1 Box-Cox-Transformation

Der Niederschlag ist, wie man an den Schiefen und Exzessen der Verteilungen der einzelnen Monate sehen kann, bei weitem nicht Gauß-verteilt (s. Tabellen in Teil 2 Kap. 4 des Berichts). Dies führt dazu, daß nicht ohne weiteres statistische Verfahren angewendet werden können, die auf der Methode der kleinsten Quadrate basieren. Andererseits zeigt aber ein Vergleich der arithmetischen Mittel m_k der Kalendermonatswerte der Zeitreihen mit den zugehörigen Standardabweichungen s_k , daß zu erwarten ist, daß die Varianz proportional zu einer Potenz des Mittelwertes ist ($s_k = a m_k^b$). Diese Proportionalität kann genutzt werden, um die Verteilungen in Gauß-ähnliche Verteilungen zu überführen. Erst dann kann man die statistischen Verfahren, wie sie in den Abschnitten 3.1 und 3.2 dargestellt wurden, anwenden.

Es wird deshalb eine Box-Cox-Transformation (siehe z.B. Schlittgen und Streitberg, 1994) der Datenreihen durchgeführt. Diese Transformation ist sinnvoll, wenn folgende Regression einen hohen Anteil der Varianz erklärt:

$$\ln s_k = \ln a + b \ln m_k. \quad (4.1)$$

Tabelle 4.11 gibt den Regressionskoeffizienten b und die durch Gleichung (4.1) erklärte Varianz für alle Niederschlagsreihen an. Ihr ist zu entnehmen, daß die Box-Cox-Transformation außer bei den Beobachtungen von Trieste äußerst angebracht erscheint. Sie wird allerdings für alle Niederschlagsreihen angewendet, da bei der Station Trieste nur eine nichtmonotone Abhängigkeit der Standardabweichung vom Mittelwert erheblich mehr Varianz erklären würde (über 90 %).

Tabelle 4.11: Koeffizient der Box-Cox-Transformation und deren Güte.

Station	Koeffizient b	erklärte Varianz in %
Athen	.5254	90.66
Dar-el-beida	.6386	97.94
Gibraltar	.6655	96.42
Luqa	.5532	93.47
Palma	.5789	91.44
Trieste	.6329	59.40
Tunis	.5751	93.08

Dies würde zu einer nichtmonotonen Transformation führen, die nicht eindeutig umkehrbar ist, d.h. einmal transformierte Daten können dann nicht mehr zurücktransformiert werden. Deshalb wird auch bei den Daten der Station Trieste die Box-Cox-Transformation verwendet, auch wenn diese weniger als 60 % der Varianz der Abhängigkeit der Standardabweichung vom Mittelwert erklärt.

Die Transformationsgleichung, die die beobachtete Variable X in die neue Variable Y überführt und die Bedingung der Gleichung (4.1) erfüllt, lautet:

$$Y = \left(\frac{X^c - 1}{c} \right) \quad (4.2)$$

mit $c = 1-b$.

Durch diese Transformation werden die Verteilungen der Niederschläge in Gauß-ähnliche Verteilungen transformiert, was daran zu erkennen ist, daß Schiefe und Exzeß der Verteilungen vom Betrag her wesentlich kleiner werden (s. Abbildungen in Teil 2 Kap. 4 dieses Berichts). Diese neuen Verteilungen erlauben weitere statistische Betrachtungen mit der Methode der kleinsten Quadrate. Zu beachten ist, daß die transformierten Reihen zwar statistisch ausgewertet werden können, aber die gefundenen signifikanten Anteile wegen der nichtlinearen Transformationsbeziehung nicht einfach auf die Eigenschaften der Originalreihe projiziert werden können. So ist zum Beispiel die nichtlineare Transformation eines linearen Trends kein linearer Trend. Trotzdem werden im folgenden ausschließlich die transformierten Reihen untersucht, da nur in den transformierten Reihen signifikante Jahresgänge, Trends und harmonische Anteile gefunden werden können. Diese sind dann zwar nicht von der Form, wohl aber von der Phase und eventueller zeitlicher Änderung für die Originalreihe charakteristisch.

4.2.2 Beschreibung des Jahresgangs

Die Tabellen mit den Jahresgängen der Lage- und Verteilungsparameter der Box-Cox-transformierten Niederschlagsreihen sind in Teil 2 Kapitel 4 des Berichtes gegeben. Hier werden nun analog zu den Untersuchungen der Temperaturreihen signifikante Schwankungen im Jahresgang der Standardabweichung untersucht. Dazu sind in Tabelle 4.12 die signifikanten Abweichungen der Standardabweichung der Kalendermonate von der mittleren Standardabweichung der Kalendermonate angegeben.

Tab. 4.12: Signifikante Abweichungen der Standardabweichungen der Kalendermonate von der mittleren Standardabweichung der Kalendermonate. Negative Werte bedeuten negative Abweichungen.

Monat	Athen	Gibraltar	Luqa	Palma	Trieste	Tunis
Jan		+ 96.4				
Feb		+ 98.0			+ 99.99	
Mär				- 99.0	+ 99.2	
Apr	- 97.9				- 99.1	
Mai				+ 96.6	- 99.9	
Jun			- 99.99		- 99.6	
Jul	- 99.9	- 99.99	- 99.99	- 95.3	- 99.99	- 99.99
Aug		- 99.99	- 99.9	+ 99.5		
Sep		+ 98.2	+ 99.99	+ 99.1		+ 99.99
Okt	+ 99.99		+ 99.99		+ 99.6	+ 93.0
Nov	+ 98.8	+ 99.99	+ 99.5			+ 91.3
Dez			+ 99.3			+ 91.1

Es zeigt sich, daß signifikant größere Standardabweichungen vor allem von September bis März, signifikant kleinere Standardabweichungen vor allem von April bis August auftreten. Eine Ausnahme bildet der Mai bei der Station Palma, der eine signifikant größere Standardabweichung aufweist, als der mittlere Kalendermonat in Palma. Das allgemeine Bild der geringeren Niederschlagsvariation im Sommer ist leicht zu erklären, da es an einigen Stationen sehr viele Sommermonate gibt in denen es wenig regnet. So gibt es in 75 % aller Julis keinen Niederschlag in Gibraltar.

4.2.3 Ergebnisse der Zeitreihenanalyse

An die transformierten Niederschlagsreihen werden nun die signifikanten Basisfunktionen angepaßt. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 4.13 und 4.14 zusammengefaßt.

Tabelle 4.13: Signifikante Basisfunktionen in der Reihenfolge ihres Anteils an der Gesamtvarianz, dadurch erklärte Varianz (erklärte Varianz der signifikantesten Basisfunktion in Klammern) und Beschreibung der signifikanten Basisfunktionen. j und k bedeuten die Wellenzahl und Ordnung des Amplitudenpolynoms der saisonalen Komponente, i ist die Ordnung der Trendfunktion.

Station	signifikante Basisfunktion	erklärte Varianz %	Beschreibung
Athen	j=1, k=0 j=2, k=0 j=5, k=0 j=3, k=0 i=5 j=6, k=0	44.63 (39.41)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 2.4 Monate, starr 4 Monate, starr nichtlinearer Trend 2 Monate, starr
Dar-el-beida	j=1, k=0 j=2, k=0 j=3, k=0 j=4, k=0 j=1, k=2	57.20 (47.2)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 4 Monate, starr 3 Monate, starr 12 Monate, nichtl. var.
Gibraltar	j=1, k=0 j=2, k=0 i=3 j=3, k=0 j=5, k=0 j=2, k=2 j=4, k=0 j=4, k=2	59.77 (50.88)	12 Monate, starr 6 Monate, starr nichtlinearer Trend 4 Monate, starr 2.4 Monate, starr 6 Monate, nichtl. var. 3 Monate, starr 3 Monate, nichtlin. var.
Luqa	j=1, k=0 j=2, k=0 j=4, k=0 j=3, k=1 i=1	62.19 (58.88)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 3 Monate, starr 4 Monate, linear. var. linearer Trend
Palma	j=1, k=0 j=2, k=0 j=3, k=0 j=4, k=0 i=2 j=5, k=0	31.92 (18.2)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 4 Monate, starr 3 Monate, starr nichtlinearer Trend 2.4 Monate, lin. var.
Trieste	j=1, k=0 j=2, k=0 j=4, k=1 j=1, k=2 j=2, k=2 j=5, k=2	11.64 (6.61)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 3 Monate, linear var. 12 Monate, nichtl. var. 6 Monate, nichtl. var. 2.4 Monate, nichtl. var.
Tunis	j=1, k=0 j=2, k=0 j=3, k=0 j=4, k=0 i=2	48.70 (41.00)	12 Monate, starr 6 Monate, starr 4 Monate, starr 3 Monate, starr nichtlinearer Trend

Tabelle 4.14: Amplituden und Phasenlagen der signifikanten Funktionen, sowie signifikante Trendkomponenten (Nähere Erläuterungen siehe Text).

Station	signifikante Basisfunktion	Amplitude in $10^{-1} \text{°C/Monat}_k$	Phasenlage in Tagen ab 16. Dezember	Trend (Differenz zwischen letztem und ersten Trendwert)
Athen	j=1, k=0	15.59	22.03	- 2.82
	j=2, k=0	5.19	- 29.76	
	j=5, k=0	1.52	15.16	
	j=3, k=0	- 1.2	12.88	
	i=5			
Dar-el-beida	j=6, k=0	.47 E-6	0	
	j=1, k=0	11.74	25.74	
	j=2, k=0	5.08	- 44.56	
	j=3, k=0	- 1.44	- 18.56	
	j=4, k=0	.85	5.47	
Gibraltar	j=1, k=2	- .958 E-6	28.4	- 2.91
	j=1, k=0	12.96	32.14	
	j=2, k=0	- 5.13	43.65	
	i=3			
	j=3, k=0	- .61	- 2.6	
	j=5, k=0	- .59	- 13.43	
	j=2, k=2	.547 E-6	22.41	
Luqa	j=4, k=0	.56	- 2.78	1.92
	j=4, k=2	- .489 E-6	2.35	
	j=1, k=0	22.1	10.39	
	j=2, k=0	- 4.87	43.31	
	j=4, k=0	- 1.49	- 21.55	
Palma	j=3, k=1	- .906 E-6	- 7.41	- 2.55
	i=1			
	j=1, k=0	7.68	- 1.25	
	j=2, k=0	- 5.83	34.07	
	j=3, k=0	- 2.55	- 21.15	
Trieste	j=4, k=0	1.48	2.08	
	i=2			
	j=5, k=0	.75	9.37	
	j=1, k=0	- 3.20	76.4	
	j=2, k=0	2.44	- 43.02	
Tunis	j=4, k=1	.722 E-3	- 1.10	1.92
	j=1, k=2	.399 E-6	76.79	
	j=2, k=2	.392 E-6	29.33	
	j=5, k=2	- .349 E-6	2.74	
	j=1, k=0	12.46	25.37	
	j=2, k=0	- 4.77	37.79	
	j=3, k=0	- 2.12	- 22.13	
	j=4, k=0	1.14	12.03	
	i=2			

Tabelle 4.13 und 4.14 zu Folge treten in Dar-el-beide und Trieste keine signifikanten Trends auf. In Luqa ist ein signifikanter positiver linearer Trend zu erkennen und bei den restlichen Stationen signifikante progressive Trends, von denen nur der Trend in Tunis positiv ist. Eine ausgeprägte starre Saisonfigur ist bei den Stationen Athen, Palma und Tunis zu erkennen. Bei den restlichen Stationen hat sich der Jahresgang im Laufe der Zeit signifikant geändert.

Im nächsten Schritt wird nach weiteren glatten Komponenten gesucht. Es zeigt sich, daß bei den Stationen Gibraltar, Luqa und Trieste bis zur Ordnung fünf kein Polynom signifikant angepaßt werden kann, was bedeutet, daß es keine niederfrequenten signifikanten Schwankungen gibt. In Palma und Tunis kann ein Polynom dritten Grades angepaßt werden und in Athen und Dar-el-beida ein Polynom vierten Grades. Um die glatte Komponente zusammen mit dem Trend in einer Abbildung darstellen zu können, werden diese beiden Anteile addiert und auf den ursprünglichen Mittelwert der transformierten Reihe gebracht. Dann wird die inverse Transformation angewendet und man erhält die Form der Trends und glatten Komponenten in den ursprünglichen Niederschlagsreihen. Diese sehr geringen Anteile sind in Abbildung 4.2 dargestellt.

glatte Komponente

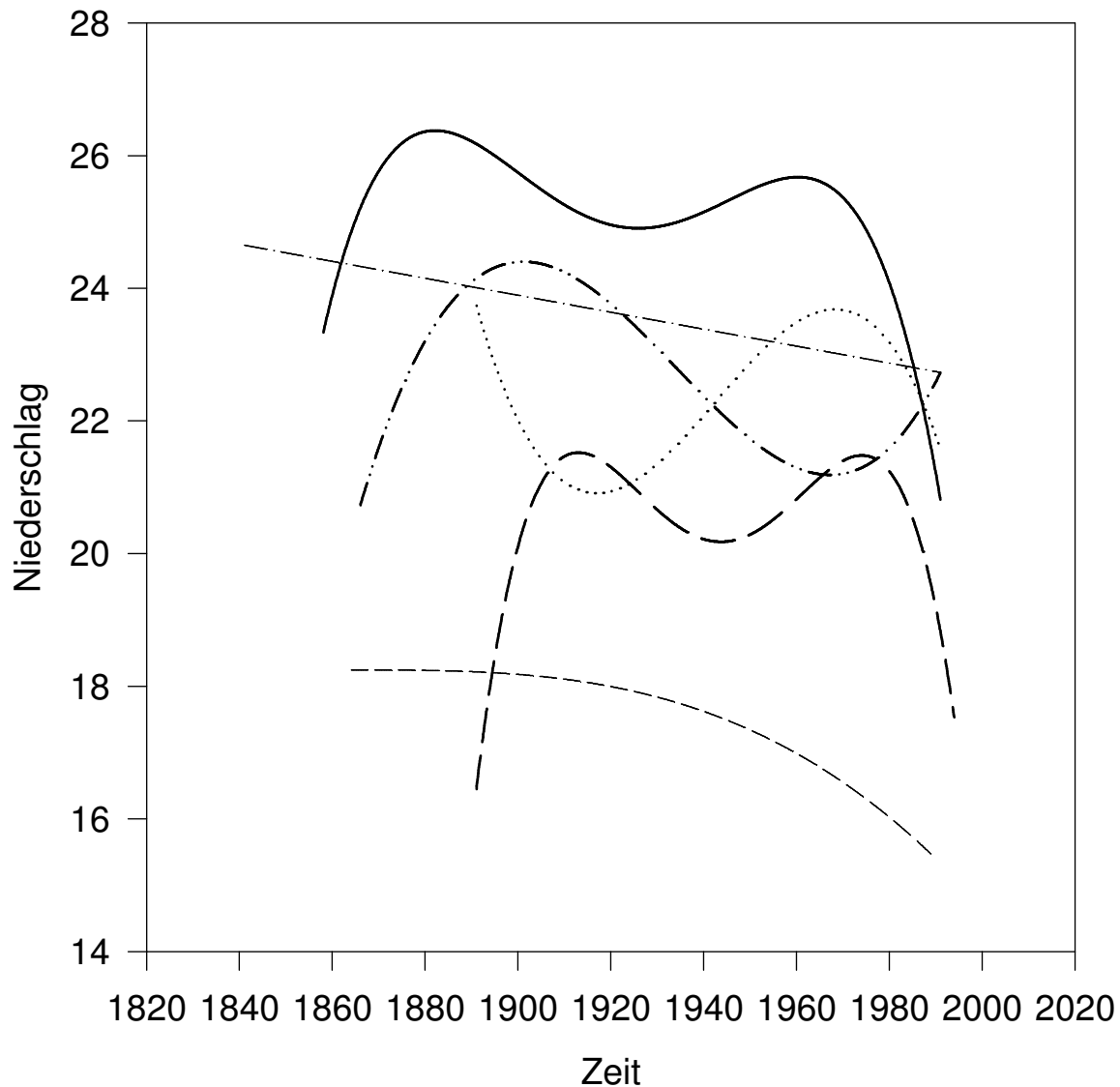


Abb 4.2: Glatte Komponente und Trends im Niederschlag von Athen (durchgezogene Linie), Dar-el-beida (langgestrichelt), Gibraltar (kurz gestrichelt), Luqa (Strich-Punkt), Palma (Strich-Punkt-Punkt) und Tunis (gepunktet). Zur besseren Übersichtlichkeit sind die einzelnen Kurven auf verschiedene Mittelwerte gelegt worden, d.h. nur die Form nicht die Höhenlage der Kurven enthält Information.

4.2.4 Ergebnisse der Residuenanalyse

Nachdem nun die Saisonfigur, die Trendkomponente und die glatte Komponente abgezogen wurden, stellt sich wieder die Frage, ob die Residuen als Realisation eines Zufallsprozesses angesehen werden können. Deshalb wird zunächst getestet, ob sich die Verteilungen der Residuen signifikant von der Gaußverteilung unterscheiden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.15 angegeben:

Tabelle 4.15: Ergebnisse der Tests auf Gauß-Verteilung der Residuen.

Station	Ablehnungswahrscheinlichkeit der Gaußverteilung
Athen	99.85
Dar-el-beida	63.1
Gibraltar	99.99
Luqa	99.99
Palma	9.94
Trieste	99.93
Tunis	94.7

Tabelle 4.15 ist zu entnehmen, daß die Verteilung der Residuen von Dar-el-beida und Palma nicht von einer Gaußverteilung zu unterscheiden sind, während sich die Verteilung des Residuums von Tunis signifikant unterscheidet und die Verteilung der anderen Residuen höchst signifikant von der Gaußverteilung zu unterscheiden sind. Trotzdem zeigen die Abbildungen in Teil 2 Kap. 4 dieses Berichts, daß die Verteilungen zumindest Gauß-ähnlich sind und keine Ausreißer auftreten, die als seltene Ereignisse zu interpretieren wären.

Im folgenden wird die Stationarität getestet. Dabei wird davon ausgegangen, daß die Residuen gut genug Gauß-verteilt sind, so daß es ausreicht Mittelwert-, Varianz- und Autokovarianzstationarität zu testen. In Tabelle 4.16 sind die Ergebnisse der Tests auf Mittelwertstationarität angegeben.

Tabelle 4.16: Ergebnisse der Tests auf Mittelwertstationarität.

Station	Ablehnungswahrscheinlichkeit der Hypothese der Mittelwertstationarität in %
Athen	3.3
Dar-el-beida	55.9
Gibraltar	8.6
Luqa	.8
Palma	19.7
Trieste	66.9
Tunis	2.6

Wie Tabelle 4.16 zu entnehmen ist, ist die Hypothese der Mittelwertstationarität bei keinem Residuum signifikant verletzt. Die Ergebnisse der Varianzstationaritätstests zeigt Tabelle 4.17.

Tabelle 4.17: Ergebnisse der Tests auf Varianzstationarität.

Station	Standardabweichung der ersten Hälfte	Standardabweichung der zweiten Hälfte	Signifikanz des Unterschiedes in %
Athen	13.06	13.05	2.2
Dar-el-beida	7.56	8.14	93.2
Gibraltar	8.13	8.17	10.2
Luqa	12.41	12.65	42.4
Palma	10.16	10.77	88.7
Trieste	8.73	7.80	99.9
Tunis	9.45	10.20	93.9

Entsprechend Tabelle 4.17 hat die Standardabweichung in Dar-el-beida und Tunis signifikant zugenommen und in Trieste signifikant abgenommen. Bei den anderen Stationen ist keine signifikante Änderung zu erkennen. Der Test auf Autokovarianzinstationarität wird wie bei der Untersuchung der Temperaturreihen für die ersten 25 Zeitverschiebungen durchgeführt. Dabei zeigt sich, daß keine signifikant autokovarianzinstationären Residuen vorliegen.

Die Autokorrelationsfunktionen der Niederschlagsresiduen zeigen ein recht einheitliches Verhalten. Für die Stationen Palma und Tunis ist keine signifikante Autokorrelation erkennbar, bei den anderen Stationen ist die Autokorrelation zur Verschiebung eins zwischen .05 und .09 und alle weiteren Autokorrelationen verschwinden. Daraus kann man schließen, daß die Residuen von Palma und Tunis weißem Rauschen entsprechen, während die anderen Stationen durch einen AR(1)-Prozeß beschrieben werden können.

Die Ergebnisse der spektralen Analysen sind in Tabelle 4.18 dargestellt. Es zeigt sich, daß nur Palma und Tunis weiße Niederschlagsresiduen aufweisen, während nur in Luqa ein harmonischer Anteil (bei einer sehr kurzen Wellenlänge) gefunden wird.

Tabelle 4.18: Ergebnisse der Spektralanalyse.

Station	Periode (Monate)	Signifikanz	Ablehnungswahrscheinlichkeit der White-Noise-Hypothese
Athen	4.82	24.9	98.9
Dar-el-beida	2.04	69.3	96.37
Gibraltar	6.74	24.4	99.99
Luqa	5.52	92.8	94.33
Palma	2.52	7.5	23.4
Trieste	5.2	59.2	98.91
Tunis	15.00	38.6	17.2

5. Zusammenfassung der Ergebnisse

5.1 Temperatur

Außer bei der Datenreihe der Station Luqa gelingt eine vollständige Zerlegung der Zeitreihen in signifikante Anteile. Einen Überblick gibt Tabelle 5.1.

Tabelle 5.1: Signifikante Anteile der analysierten Temperaturreihen.

	Athen	Dar-el-beida	Gibraltar	Luqa	Palma	Trieste
Trend	linear fallend	progressiv steigend	progressiv steigend	linear steigend	progressiv steigend	linear steigend
Jahresgang	geändert	geändert	starr	geändert und schwankend	geändert	geändert
Seltene Ereignisse (Ablehnungswahrscheinlichkeit der Zufallshypothese in %)	8/1906 (99.99) 11/1895 (99.99)	6/1984 (99.97) 8/1984 (99.99)	5/1931 (99.97) 5/1955 (92.00)	keine	12/1956 (99.99) 12/1985 (99.99) 8/1931 (99.99) 9/1931 (99.99)	2/1965 (99.96) 2/1928 (99.96) 3/1808 (99.94) 4/1987 (99.98)
relativ warme und kalte Phasen	2 kalte 2 warme	1 warme 2 kalte	2 warme 1 kalte	1 warme 1 kalte	1 warme 1 kalte	
Periode harmonischer Anteile		412 Monate	336 Monate	11.9 Monate	212.57 Monate	
Residuum: Verteilung Stationarität: Mittelwert Standardabw. Autokorrelation Rauschprozeß	Gaußsch j gefallen j mindestens AR(2)	Gaußsch j j j mindestens AR(2)	Gaußsch gafallen j j mindestens AR(2)	Gaußsch j gefallen n	Gaußsch j gestiegen j mindestens AR(2)	Gaußsch j gefallen j mindestens AR(2)

Außer bei der Station Athen liegt überall ein positiver Trend vor. Der Jahresgang hat sich bei allen Stationen außer Gibraltar signifikant geändert. Drei Stationen zeigen signifikante tieffrequente harmonisch Anteile.

5.2. Niederschlag

In Tabelle 5.2 sind die Ergebnisse der Analyse der Niederschlagsreihen zusammengefaßt. Hier gelingt eine vollständige Beschreibung nur bei den Stationen Dar-el-beida und Palma. Dies liegt vor allem daran, daß die Residuen der anderen Reihen nicht Gauß-verteilt sind. Wie den Abbildungen in Teil 2 Kapitel 4 dieses Berichtes aber entnommen werden kann, sind die Residuen unimodal verteilt. Es ist möglich, durch eine weitere geschickte Transformation die Residuen auf eine Gaußverteilung abzubilden. Damit wären die Reihen (alle) vollständig beschrieben. Da dies für die hier unternommenen Untersuchungen keine neue Information liefern würde, wurde dies nicht unternommen. Wie Tabelle 5.2 zeigt, haben sich die monatlichen Niederschlagssummen im Laufe des Untersuchungszeitraums weniger stark

verändert als die monatlichen Temperaturmittelwerte. So zeigen 2 der 7 Stationen keinen signifikanten Trend, drei Stationen zeigen keine Veränderung im Jahresgang und drei Stationen zeigen keine langfristigen Schwankungen (glatte Komponente). Keine Station zeigt signifikante tieffrequente harmonische Anteile.

Tabelle 5.2: Signifikante Anteile der analysierten Niederschlagsreihen.

	Athen	Dar-el-beida	Gibraltar	Luqa	Palma	Trieste	Tunis
Trend	progressiv fallend	kein	progressiv fallend	linear steigend	progressiv fallend	kein	progressiv steigend
Jahresgang	starr	geändert	geändert	geändert	starr	geändert	starr
Ausreißer	keine	keine	keine	keine	keine	keine	keine
niederschlagsreiche Phasen	2	2	keine	keine	1	keine	1
niederschlagsarme	1	2			1		1
Periode harmonischer Anteile				5.52 Monate			
Residuum: Verteilung		Gaußsch			Gaußsch		
Stionarität							
Mittelwert	j	j	j	j	j	j	j
Standardabw.	j	gestiegen	j	j	j	gefallen	gestiegen
Autokorrelation	j	j	j	j	j	j	j
Rauschprozeß	AR(1)	AR(1)	AR(1)	AR(1)	weißes Rauschen	AR(1)	weißes Rauschen

Literatur:

Bosch, K., 1995: Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Vieweg, Bern, Braunschweig, 192 Seiten.

Box, G.E.P. und G.M. Jenkins, 1976: Time series analysis: Forecasting and control. Holden-Day, San Francisco, Düsseldorf. 575 Seiten.

Press, W.H., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling und B.P. Flannery, 1992: Numerical Recipes. Cambridge University Press, Cambridge. 963 Seiten.

Schlittgen, R. und B.H.J. Streitberg, 1994: Zeitreihenanalyse. Oldenbourg Verlag, München, Wien. 571 Seiten.

Schönwiese, C.-D., 1992: Praktische Statistik. Gebrüder Bornträger, Berlin, Stuttgart. 231 Seiten.

Stull R.B., 1989: An Introduction to Boundary Layer Meteorology. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston. 666 Seiten

Weingärtner, H., 1985: Korrelation und Information. Meteorologische Rundschau, 38, 1-8.